Fundamentos de Matemática
Funções gerais
Prof. Carlos Bezerra.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 5 QUESTÕES.
(Faap 97) Durante um programa nacional de imunização contra uma forma virulenta de gripe, representantes do ministério da Saúde constataram que o custo de vacinação de "x" por cento da população era de, aproximadamente, f(x)=(150x)/(200-x) milhões de reais.

1. O domínio da função f é:
a) todo número real x
b) todo número real x, exceto os positivos
c) todo número real x, exceto os negativos
d) todo número real x, exceto x = 200
e) todo número real x, exceto $x \geq 200$

2. Para que valores de x, no contexto do problema, f(x) tem interpretação prática?
a) $0 \leq x < 200$
b) $0 \leq x \leq 200$
c) $0 \leq x \leq 100$
d) $0 < x < 100$
e) $100 < x < 200$

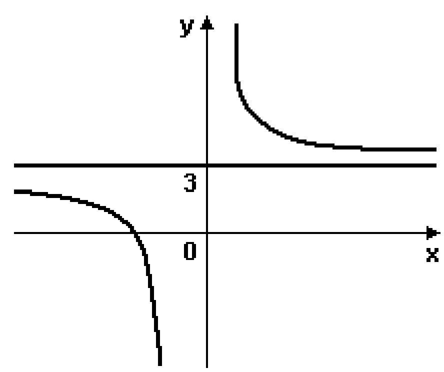
3. Qual foi o custo (em milhões de reais) para que primeiros 50 por cento da população fossem vacinados?
a) 10
b) 15
c) 25
d) 35
e) 50

4. Qual foi o custo (em milhões de reais) para que a população inteira fosse vacinada?
a) 100
b) 150
c) 200
d) 250
e) 300

5. Qual é a porcentagem vacinada da população, ao terem gasto 37,5 milhões de reais?
a) 30
b) 35
c) 40
d) 45
e) 50

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO
(Unirio 2002) Considere a função real f: A $\longrightarrow$ R, onde R denota o conjunto dos números reais, cujo gráfico é apresentado a seguir, sendo o eixo das ordenadas e a reta de equação y=3, assíntotas da curva que representa f.x $\longrightarrow$ y = f(x)

6.



Determine o domínio e o conjunto - imagem de f.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO
(Faap 97) A variação de temperatura y=f(x) num intervalo de tempo x é dada pela função $f(x)=(m^2-9)x^2+(m+3)x+m-3$; calcule "m" de modo que:

7. O gráfico da função seja uma reta paralela ao eixo x:
a) 3
b) 9
c) 0
d) -3
e) -9

8. (Fuvest 93) Uma função f de variável real satisfaz a condição f(x+1)=f(x)+f(1), qualquer que seja o valor da variável x. Sabendo-se que f(2)=1, podemos concluir que f(5) é igual a:
a) 1/2
b) 1
c) 5/2
d) 5
e) 10

9. (Fatec 96) Se f é uma função de IR em IR definida por $f(x)=(x-3)/(x^2+3)$, então a expressão f(x)-f(1)/(x-1), para $x \neq 1$, é equivalente a
a) $(x + 3)/2(x^2 + 3)$
b) $(x - 3)/2(x^2 + 3)$
c) $(x + 1)/2(x^2 + 3)$
d) $(x - 1)/2(x^2 + 3)$
e) -1/x

10. (Fei 94) Seja f uma função não identicamente nula definida para todo número inteiro positivo e com a seguinte propriedade: $f(a^n) = n.f(a)$; $\forall a,n \in Z_{++}$. Qual é a alternativa falsa?

a) f(1)= 0
b) f(32)= 5f(2)
c) $f(a^3)= [f(a)+f(a^5)]/2$, $\forall a \in Z_{++}$
d) f(a+b)= f(a).f(b), $\forall a,b \in Z_{++}$
e) $f(a)+f(a^2)+f(a^3)+...+f(a^n)= \quad =$
$[(1+n)nf(a)]/2, \forall a,n \in Z_{++}$

11. (Fei 95) Se f(x) = 2/(x-1), $\forall x \neq 1$, então $\sqrt{\{8f[f(2)]\}}$ vale:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

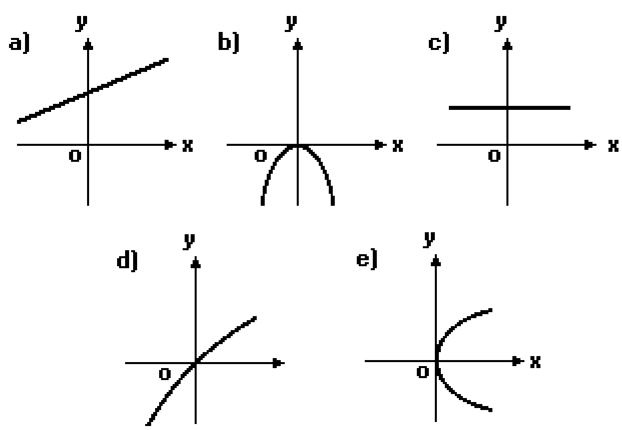
12. (Ime 96) Seja f uma função real tal que $\forall x, a \in$ IR

$$f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$$

f é periódica? Justifique.

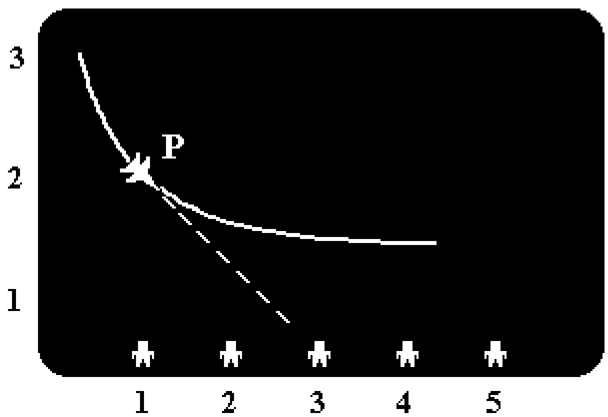
13. (Ufpe 96) A função f : IR $\longrightarrow$ IR é tal que f(x+y)=f(x)+f(y), para todo x e y. Calcule f(0)+1.

14. (Unaerp 96) Qual dos seguintes gráficos não representam uma função f:IR$\longrightarrow$IR: ?



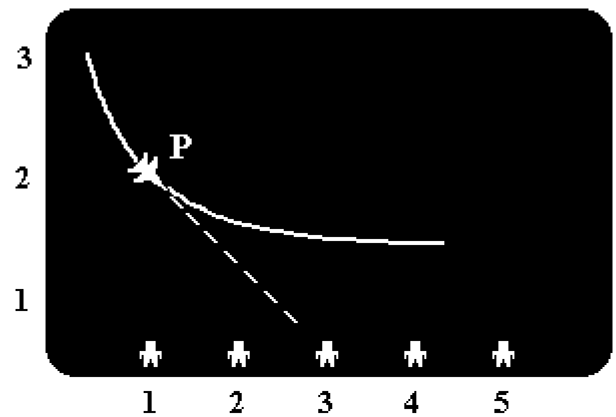
15. (Uece 96) Seja f(x) = 1/x, $x \neq 0$. Se f(2+p) - f(2) = 3/2, então f(1-p)-f(1+p) é igual a:
a) 8/5
b) 2
c) 12/5
d) 20/3

16. (Faap 96) No videogame da figura a seguir, os aviões voam da esquerda para a direita segundo a trajetória y=(1/x)+1, e podem disparar suas balas na direção da tangente contra as pessoas ao longo do eixo x, em x=1, 2, 3, 4 e 5.



Determine se alguém será atingido se o avião disparar um projétil quando estiver em P(1, 2), sabendo-se que a declividade da reta tangente é igual a -1.
a) pessoa em x = 2
b) pessoa em x = 5
c) pessoa em x = 3
d) pessoa em x = 4
e) não atinge ninguém

17. (Faap 96) No videogame da figura a seguir, os aviões voam da esquerda para a direita segundo a trajetória y=(1/x)+1, e podem disparar suas balas na direção da tangente contra as pessoas ao longo do eixo x, em x=1, 2, 3, 4 e 5.



Determine em que ponto do eixo x, alguém seria atingido, se o avião disparar um projétil quando estiver em P(3/2, 5/3), sabendo-se que a declividade da reta tangente é igual a -4/9.
a) 5/2
b) 11/4
c) 9/4
d) 5/6
e) impossível de ser determinado

18. (Faap 96) Uma linha ferroviária tem 16 estações. Quantos tipos de bilhetes devem ser impressos, se cada bilhete deve registrar a estação de origem e a de destino?
a) 240
b) 256
c) 64
d) 272
e) 128

19. (Faap 96) Durante um mês, o número y de unidades produzidas de um determinado bem e função do número x de funcionários empregados de acordo com a lei y=50√ x. Sabendo que 121 funcionários estão empregados, o acréscimo de produção com a admissão de 48 novos funcionários é:

a) 550
b) 250
c) 100
d) 650
e) 200

20. (Faap 96) Analistas de produção verificaram que numa determinada montadora, o número de peças produzidas nas primeiras t horas diárias de trabalho é dado por:

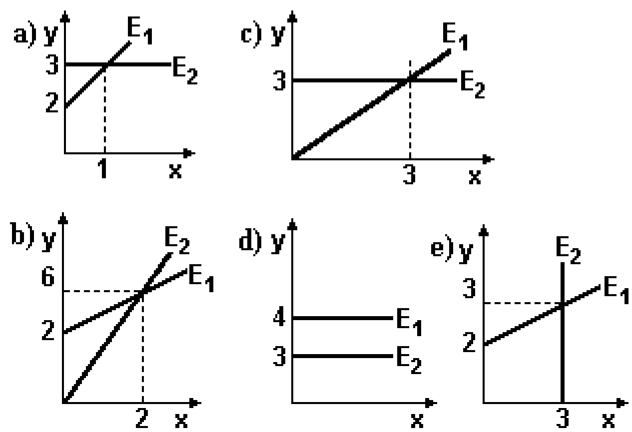
f(t) =
$$\begin{cases} 50\,(t^2 + t), \text{ para } 0 \le t < 4 \\ 200\,(t + 1), \text{ para } 4 \le t \le 8 \end{cases}$$

O número de peças produzidas na quarta hora de trabalho é:

a) 1.000
b) 800
c) 200
d) 400
e) 600

21. (Faap 96) "Admitindo que em uma determinada localidade uma empresa de taxi cobra R$2,00 a bandeirada e R$2,00 por km rodado e outra empresa cobra R$3,00 por km rodado e não cobra bandeirada."

As duas tarifas podem ser representadas pelo gráfico:



22. (Faap 96) "Admitindo que em uma determinada localidade uma empresa de taxi cobra R$2,00 a bandeirada e R$2,00 por km rodado e outra empresa cobra R$3,00 por km rodado e não cobra bandeirada."

Determine o número de km rodados num taxi da empresa que não isenta a bandeirada, sabendo-se que o preço da corrida apresentado de foi de R$ 30.00.

a) 10 km
b) 18 km
c) 6 km
d) 14 km
e) 22 km

23. (Faap 96) O número de filas de poltronas num auditório é igual ao número de poltronas em cada fila. Se o número de filas for dobrado e se forem removidas 10 poltronas de cada fila, o número de poltronas no auditório aumentará de 300. Quantas filas haverá?
a) 30
b) 60
c) 15
d) 25
e) 32

24. (Uel 95) Seja [a] o valor obtido quando o número a, escrito na forma decimal, é truncado após a segunda casa decimal. Por exemplo, se a=3,149 então [a]=3,14. A fórmula que associa a cada valor x em cruzeiros reais seu correspondente y em reais é
a) y = 2 750 [x]
b) y = 2 750 + [x]
c) y = [x]/ 2 750
d) y = [x/ 2 750]
e) y = [x/ 2,75]

25. (Uel 95) Sejam P e Q os pontos de intersecção das funções definidas por y = 3x + 1 e y = x^2 - 3x + 9. Nestas condições, é verdade que P e Q localizam-se
a) no 1 quadrante.
b) no 3 quadrante.
c) um no 1 quadrante e outro no 2.
d) um no 1 quadrante e outro no 3.
e) um no 1 quadrante e outro sobre o eixo das abcissas.

26. (G1) Uma função tem domínio D = { 3, 7, 10 } e associa cada elemento do domínio ao dobro do valor dele. Qual é a imagem dessa função?

27. (G1) Dada a função definida por f (x) = x^2 - x, determine:
a) f (-2)
b) f (0)

28. (Mackenzie 96) Com relação à função sobrejetora de IR em A definida por f(x)=2-2^{1-a}, sendo a=|x| considere as afirmações:

I) f(x) é par.
II) f(x) > x^2 + 1, $\forall x \in$ IR.
III) IR_+ - A = [2, $+\infty$).

Então podemos afirmar que:
a) apenas I é verdadeira.
b) apenas I e II são verdadeiras.
c) apenas I e III são verdadeiras.
d) apenas III é verdadeira.
e) todas são verdadeiras.

29. (Mackenzie 96) Se f(x) = 3x - 2 e g[f(x)] = f((x/3) + 2) são funções reais, então g(7) vale:
a) 1
b) 3
c) 5
d) 7
e) 9

30. (Mackenzie 96) Na função f dada por

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(n + 1) = [(4f(n) + 1)/4], \text{ onde n é um número} \end{cases}$$
natural, f(44) vale:

a) 43/4
b) 13
c) 45/4
d) 12
e) 15

31. (Mackenzie 96) Sejam as funções reais definidas por f(x)=2x+5 e f[g(x)]=x. Então g(7) vale:
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

32. (Mackenzie 96) Na função real definida por f(x) = $x^2 + 2mx - (m - 2)$, sabe-se que f(a) = f(b) = 0, onde a < 1 < b.
Então, em U = {-4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4}, o número de valores que m pode assumir é:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 9

33. (Mackenzie 96) O produto das raízes da equação $(3^a-4\sqrt{5}).(3^a+4\sqrt{5})=1$, onde $a=x^2$ é:
a) -4
b) -2
c) $\sqrt{2}$
d) -1
e) 2

34. (Mackenzie 96) Na função real definida por f(x) = 5^x, f(a).f(b) é sempre igual a:
a) f (a . b)
b) f (a + b)
c) f (a/5 + b/5)
d) f (5 . a . b)
e) f (a^5 . b^5)

35. (Mackenzie 96) O período de f(x) é:

$$f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & \text{sen } x & \text{sen } 4x \\ \text{sen } x & \cos x & \text{sen } 3x \\ 0 & 0 & \text{sen } 2x \end{vmatrix}$$

a) $2\pi/3$
b) 2π
c) $3\pi/4$
d) π
e) $\pi/2$

36. (Mackenzie 96) A soma dos valores máximo e mínimo que g(x)=2-f(x) pode assumir é:

$$f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & \text{sen } x & \text{sen } 4x \\ \text{sen } x & \cos x & \text{sen } 3x \\ 0 & 0 & \text{sen } 2x \end{vmatrix}$$

a) 1
b) 3/2
c) 5/2
d) 3
e) 4

37. (Fei 96) Se $g(1+x) = x/(x^2+1)$ então g(3) vale:
a) 0
b) 3
c) 1/2
d) 3/10
e) 2/5

38. (Fei 97) Sabendo-se que f(x + y) = f(x) . f(y) para qualquer valor real x e qualquer valor real y, é válido afirmar-se que:
a) f (0) = 1
b) f (1) = 1
c) f (0) = 0
d) f (1) = 0
e) f (-1) = f(1)

39. (Mackenzie 97) Na função real definida por $f(x) = [\sqrt{(x)}-1].[\sqrt{(x)}+1)/(x^2-1)$, $|x| \neq 1$, $f(\sqrt{2})$ vale:
a) $\sqrt{2} - 1$
b) $\sqrt{2} + 1$
c) $\sqrt[4]{2} - 1$
d) $\sqrt[4]{2} + 1$
e) $\sqrt{2}$

40. (Fuvest 97) Considere a função f dada por
f(x) = {(x + 5) - [12/(x + 1)]/[(x + 9) / (x +1)] - 5/x}
a) Determine o domínio de f
b) Resolva a inequação f(x) > 0.

41. (Ita 97) Seja $n \in$ N com n >1 fixado. Considere o conjunto

A = {p/q : p, q $\in$ Z e 0 < q < n}

Definimos f : |R $\longrightarrow$ |R por $f(x) = [\cos(n!\,\pi\, x)]^{2n}$
Se f(A) denota a imagem do conjunto A pela função f, então
a) f(A) =] -1, 1 [
b) f(A) = [0, 1]
c) f(A) = { 1 }
d) f(A) = { 0 }
e) f(A) = { 0, 1 }

42. (Uece 97) Se $f(x) = \sqrt{3} \,.\, x^2 + 1$, $x \in$ R, então $(\sqrt{3}-1)[f(\sqrt{3})-f(\sqrt{2})+1]$ é igual a:
a) 2
b) 3
c) $2\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{3}$

43. (Mackenzie 97) $f(x) = \sqrt{[(x + 2)^2]} - \sqrt{[(x - 2)^2]}$ de IR em [-4, 4] e
$g(x) = \sqrt{(x + 2)}$ de [-2, +∞[em IR_+

Relativamente às funções reais acima, considere as afirmações:
I. f (x) não admite inversa.
II. A equação f (x) = g (x) tem exatamente duas soluções reais.
III. Não existe x < 0 tal que g (x) < f (x).

Então:
a) somente I e III são verdadeiras.
b) somente II e III são verdadeiras.
c) somente I e II são verdadeiras.
d) todas são verdadeiras.
e) todas são falsas.

44. (Mackenzie 97) Se a função real definida por $f(x)=x/[\sqrt{(x-2)}+\sqrt{(6-x)}]$ possui conjunto domínio D e conjunto imagem B, e se D-B=]a, b], então a + b vale:
a) 11
b) 9
c) 8
d) 7
e) 5

45. (Mackenzie 97) O domínio da função real definida por $f(x)=\sqrt[3]{[(x^2-2x+6)/(x^2-5x+6)]}$ é:
a) IR - {2, 3}
b) IR*
c) IR
d) IR* - {2, 3}
e) IR - {-2, -3}

46. (Fatec 98) Examine a sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,... para encontrar sua lei de formação.
Sendo $f_1 = 1$, $f_2 = 1$, $f_3 = 2$ etc., é verdade que
a) mdc $(f_7, f_8) = 2$
b) $f_9 = 2f_8 - f_7$
c) f_{12} é primo
d) $f_8 = 20$
e) $f_{17} = 1597$

47. (Uerj 98) Geraldo contraiu uma dívida que deveria ser paga em prestações mensais e iguais de R$500,00 cada uma, sem incidência de juros ou qualquer outro tipo de correção monetária. Um mês após contrair essa dívida, Geraldo pagou a 1ª prestação e decidiu que o valor de cada uma das demais prestações seria sempre igual ao da anterior, acrescido de uma parcela constante de K reais, sendo K um número natural. Assim a dívida poderia ser liquidada na metade do tempo inicialmente previsto.
a) Considerando t o tempo, em meses, inicialmente previsto, t>2 e t-2 como divisor par de 2000, demonstre que k=2000/(t-2).
b) Se a dívida de Geraldo foi igual a R$9000,00, calcule o valor da constante K.

48. (Ufrs 96) Considere a função f: IR $\longrightarrow$ IR definida pelo sistema a seguir:

$$f(x) = \begin{cases} 1 \text{ se } x \text{ é racional} \\ 0 \text{ se } x \text{ é irracional} \end{cases}$$

Então $f(2) + f(\sqrt{2}) - f(2 + \sqrt{2})$ é igual a
a) -1
b) 0
c) 1
d) 2
e) 3

49. (Uff 99) Uma função real de variável real f é tal que $f(1/2)=\sqrt{\pi}$ e $f(x + 1) = x f(x)$ para todo $x \in$ IR.
O valor de f(7/2) é:
a) π
b) $7\sqrt{\pi}$
c) $\sqrt{\pi}/2$
d) $(15\sqrt{\pi})/8$
e) $(\pi\sqrt{7})/15$

50. (Ufrrj 99) Determine a área da região limitada pelos gráficos das funções $f(x)=\sqrt{(4-x^2)}$, $g(x)=2-x$ e $h(x)=0$.

51. (Ufsm 99) Seja f: A $\longrightarrow$ IR

$$x \longrightarrow y = 1/(2x + 1) + \sqrt{(2 + 3x - 2x^2)}$$

onde $A \subset$ IR.

Então, o domínio da função f é

a) IR - {-1/2}
b) [-4, -1/2 [$\cup$] -1/2, 1]
c) IR - {-1/2, 2}
d)] -1/2, 2]
e)] $-\infty$, -1/2 [$\cup$ [2, ∞[

52. (Ufg 2000) Considere as funções $f(x) = n^x$ e $g(x) = \log_n x$, com $0<n\neq1$. Assim,

( ) se n >1, então ambas as funções são crescentes.
( ) as funções compostas f(g(x)) e g(f(x)) são iguais.
( ) o domínio de f é o conjunto imagem de g.
( ) se 0 < n < 1, então a equação f(x) = g(x) possui solução.

53. (Uff 2000) Dada a função real de variável real f tal que $f(2x+1)=2x/\sqrt{(x^2-1)}$, $x\neq1$ e $x\neq-1$, determine:

a) a expressão de f(x);

b) o domínio da função f.

54. (Unesp 2001) Uma fórmula matemática para se calcular aproximadamente a área, em metros quadrados, da superfície corporal de uma pessoa, é dada por:

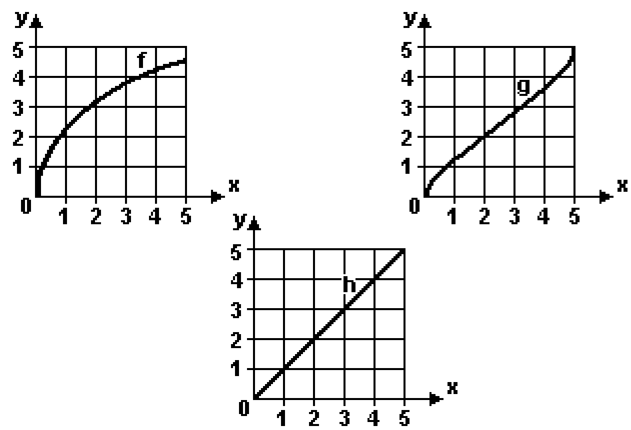
$$S(p) = \frac{11}{100}\,p^{2/3},$$

onde p é a massa da pessoa em quilogramas. Considere uma criança de 8kg. Determine:

a) a área da superfície corporal da criança;

b) a massa que a criança terá quando a área de sua superfície corporal duplicar.
(Use a aproximação $\sqrt{2} = 1{,}4$.)

55. (Ufpr 2001) Considere a seguinte definição: "A variação de uma função F em um intervalo I é o módulo da diferença entre o maior e o menor valor de F(x), com $x \in I$." Analisando os gráficos das funções f, g e h abaixo, é correto afirmar:



(01) A variação da função g é maior no intervalo [0, 1] que no intervalo [2, 3].
(02) No intervalo [0, 1], a variação de f é maior que a variação de h.
(04) Das três funções, aquela que tem a menor variação no intervalo [4, 5] é a função f.
(08) Das três funções, aquela que tem maior variação no intervalo [2, 3] é a função g.

Soma (   )

56. (Uerj 2002) Uma panela, contendo um bloco de gelo a -40°C, é colocada sobre a chama de um fogão.
A evolução da temperatura T, em graus Celsius, ao longo do tempo x, em minutos, é descrita pela seguinte função real:

$T(x) = 20x - 40$ se $0 \le x < 2$
$T(x) = 0$ se $2 \le x \le 10$
$T(x) = 10x - 100$ se $10 < x \le 20$
$T(x) = 100$ se $20 < x \le 40$

O tempo necessário para que a temperatura da água atinja 50°C, em minutos, equivale a:
a) 4,5
b) 9,0
c) 15,0
d) 30,0

57. (Ufscar 2000) Uma pesquisa ecológica determinou que a população (S) de sapos de uma determinada região, medida em centenas, depende da população (m) de insetos, medida em milhares, de acordo com a equação $S(m)=65+\sqrt{(m/8)}$. A população de insetos, por sua vez, varia com a precipitação (p) de chuva em centímetros, de acordo com a equação $m(p)=43p+7,5$.

a) Expresse a população de sapos como função da precipitação.

b) Calcule a população de sapos quando a precipitação é de 1,5cm.

58. (Puc-rio 2000) A função $f(x) = [1/(1+x^2)] - (1/2)$
a) é sempre positiva.
b) nunca assume o valor -1/2.
c) apresenta gráfico que não intercepta o eixo dos x.
d) é sempre crescente.
e) assume todos os valores reais.

59. (Uel 2000) Desejo enviar uma mercadoria para Buenos Aires e consultei uma transportadora sobre preços de transporte aéreo de cargas. Recebi como resposta o fax a seguir.

Destino: Buenos Aires/Argentina
Cia Aérea: VIASUL
Material: Bagagem desacompanhada

Frete aéreo:
até 45kg R\$ 2,60 por quilo
mais de 45kg, até 100kg R\$ 2,30 por quilo
mais de 100kg R\$ 2,10 por quilo

Despesas adicionais obrigatórias:
Agentes de Cargas: R\$ 100,00
INFRAERO: R\$ 10,00

Obs.: Os Agentes de Cargas são os encarregados do embarque e desembarque das mercadorias nos respectivos aeroportos.

A função que a cada valor x do peso da carga, em quilos, associa o preço P, em reais, pago pelo transporte dessa carga, é definida por:

a) $P(x) = 110 + 2,6x$ se $0 < x \le 45$ $P(x) = 110 + 2,3x$ se $45 < x \le 100$ $P(x) = 110 + 2,1x$ se $x > 100$
b) $P(x) = 2,6x$ se $0 < x \le 45$ $P(x) = 2,3x$ se $45 < x \le 100$ $P(x) = 2,1x$ se $x > 100$
c) $P(x) = 45 + 2,6x$ se $0 < x \le 45$ $P(x) = 45 + 2,3x$ se $45 < x \le 100$ $P(x) = 100 + 2,1x$ se $x > 100$
d) $P(x) = 117x$ se $0 < x \le 45$ $P(x) = 103,5x$ se $45 < x \le 100$ $P(x) = 210x$ se $x > 100$
e) $P(x) = 110 + 45x$ se $x < 2,6$ $P(x) = 110 + 45x$ se $x > 2,3$ $P(x) = 110 + 100x$ se $x < 2,1$

60. (Ufv 2000) Dada a função real f definida por $f(x)=3x/(1+x)$, é CORRETO afirmar que :

a) o domínio de f consiste dos números diferentes de 1.
b) a imagem de f consiste dos números diferentes de 3.
c) o ponto (3,9) pertence ao gráfico de f.
d) a inclinação da corda pelos pontos (2,f(2)) e o (0,f(0)) mede 2.
e) a função composta fof é dada por $f(f(x))=9x/(1+3x)$.

61. (Ufrrj 2000) Considere a função real f, para a qual $f(x+1)-f(x)=2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Determine o valor de $f(7)-f(3)$.

62. (Ufrj 2002) Dada a função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$\begin{cases} f(x) = x^3 - 4x \text{ se } x \leq 1, \\ f(x) = 2x - 5 \text{ se } x > 1 \end{cases}$$

determine os zeros de f.

63. (Ufsm 2002) Considere a função f: IR -> IR definida por

$f(x) = 2x$, se $x \in Q$

$f(x) = x^2 - 1$, se $x \notin Q$

O valor de $f(\pi) + f(\sqrt{2}) - f(1)$ é

a) $\pi^2 + 2\sqrt{\pi} - 2$
b) $2\pi + 2\sqrt{2} - 2$
c) $\pi^2 - 2$
d) $2\pi + 1$
e) $2\sqrt{2} - \pi + 1$

64. (Unifesp 2003) Seja $f: Z \longrightarrow Z$ uma função crescente e sobrejetora, onde Z é o conjunto dos números inteiros. Sabendo-se que $f(2)=-4$, uma das possibilidades para f(n) é

a) $f(n) = 2(n - 4)$.
b) $f(n) = n - 6$.
c) $f(n) = -n - 2$.
d) $f(n) = n$.
e) $f(n) = -n^2$.

65. (Unesp 2003) Uma função de variável real satisfaz a condição $f(x+2)=2f(x)+f(1)$, qualquer que seja a variável x.
Sabendo-se que $f(3)=6$, determine o valor de
a) f(1).
b) f(5).

66. (Unesp 2003) No hemocentro de um certo hospital, o número de doações de sangue tem variado periodicamente. Admita que, neste hospital, no ano de 2001, este número, de janeiro (t = 0) a dezembro (t = 11), seja dado, aproximadamente, pela expressão

$$S(t) = \lambda - \cos [(t-1)\pi /6]$$

com λ uma constante positiva, S(t) em "milhares" e t em meses, $0 \leq t \leq 11$. Determine:
a) a constante λ, sabendo que no mês de fevereiro houve 2 mil doações de sangue;
b) em quais meses houve 3 mil doações de sangue.

67. (Unesp 2003) Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função

$$q(t) = q_0 \cdot 2^{(-0,1)t}$$

sendo q_0 a quantidade inicial de água no reservatório e q(t) a quantidade de água no reservatório após t meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início?
a) 5.
b) 7.
c) 8.
d) 9.
e) 10.

68. (Ita 2003) Considere uma função f : IR $\longrightarrow$ IR não-constante e tal que $f(x + y) = f(x) f(y)$, $\forall x,y \in$ IR.
Das afirmações:

I. $f(x) > 0$, $\forall x \in$ IR.
II. $f(nx) = [f(x)]^n$, $\forall x \in$ IR, $\forall n \in$ N*.
III. f é par.

é (são) verdadeira(s):
a) apenas I e II.
b) apenas II e III.
c) apenas I e III.
d) todas.
e) nenhuma.

69. (Fgv 2003) Seja a função $f(x) = x^2$. O valor de f(m + n) - f(m - n) é:
a) $2m^2 + 2n^2$
b) $2n^2$
c) 4mn
d) $2m^2$
e) 0

70. (Puc-rio 2003) A função $f(x) = [1/(2+x^2)] - (1/6)$
a) é sempre positiva.
b) pode assumir qualquer valor real.
c) pode assumir o valor 1/3.
d) pode assumir o valor -1/6.
e) pode assumir o valor 1/2.Indique qual das opções acima apresenta a afirmativa correta.

71. (Unesp 2003) Considere os conjuntos A e B:
A = {-30, -20, -10, 0, 10, 20, 30} e
B = {100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000}, e a função f: A $\longrightarrow$ B, $f(x) = x^2 + 100$.
O conjunto imagem de f é,
a) {-30, -20, -10, 0, 10, 20, 30}.
b) {100, 200, 500, 1000}.
c) {300, 400, 600, 700, 800, 900}.
d) {100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000}.
e) conjunto vazio.

72. (Pucmg 2004) Considere as funções $f(r) = [(r^2-1)/(r-r^2)]+1/r$ e $g(r)=\sqrt{(r^2+5)}$. É CORRETO afirmar:
a) f(2) < g(2)
b) f(2) = g(2)
c) f(2) > g(2)
d) f(2)/g(2) > 0

73. (Pucrs 2004) Em uma fábrica, o número total de peças produzidas nas primeiras t horas diárias de trabalho é dado por

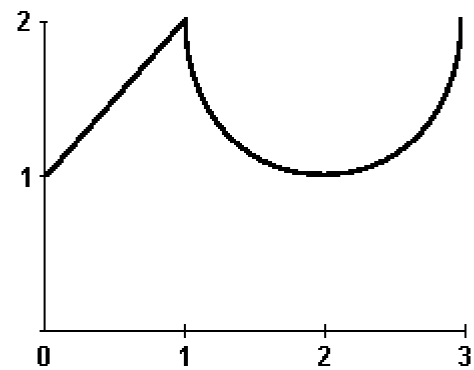
$$f(t) = \begin{cases} 50\,(t^2 + t), & 0 \leq t \leq 4 \\ 200\,(t + 1), & 4 < t \leq 8 \end{cases}$$

O número de peças produzidas durante a quinta hora de trabalho é
a) 40
b) 200
c) 1000
d) 1200
e) 2200

74. (Ufv 2004) Considere as seguintes afirmativas sobre $P(x) = x/(x^2-1)$.
I. $P(x) > 0$ para $-1 < x < 0$.
II. $P(x) = [1/(2x+2)] + [1/(2x-2)]$ para $x \neq \pm 1$.
III. $P(3/2) = -2/3$.
Pode-se afirmar que:
a) todas estão corretas.
b) apenas uma está correta.
c) apenas II e III estão corretas.
d) apenas I e III estão corretas.
e) apenas I e II estão corretas.

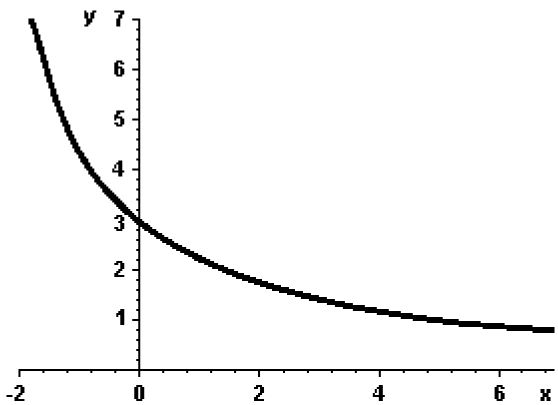
75. (Uff 2005) Em um sistema de coordenadas cartesianas retangulares Oxy, a curva plana de equação
$y = R^3/(x^2 + R^2)$, sendo R uma constante real positiva, é conhecida como feiticeira de Agnesi em homenagem à cientista Maria Gaetana Agnesi.
Pode-se afirmar que esta curva:
a) está situada abaixo do eixo x;
b) é simétrica em relação ao eixo y;
c) é simétrica em relação à origem;
d) intercepta o eixo x em dois pontos;
e) intercepta o eixo y em dois pontos.

76. (Ufpe 2005) A função f(x) com domínio no intervalo [0,3] tem seu gráfico esboçado a seguir. O gráfico é composto do segmento com extremos nos pontos (0,1) e (1,2) e da semicircunferência passando pelos pontos (1,2), (2,1) e (3,2).



Considerando esses dados, analise as afirmações abaixo.
(   ) A imagem da função f é o intervalo [0,2].
(   ) O valor máximo de f é 3.
(   ) O comprimento do gráfico de f é $(\sqrt{2}) + \pi$.
(   ) Para x no intervalo [1, 3] temos $f(x) = 2 + \sqrt{[1 - (x - 2)^2]}$.
(   ) A área da região limitada pelo gráfico de f, os eixos coordenados e a reta x = 3 é $(11-\pi)/2$.

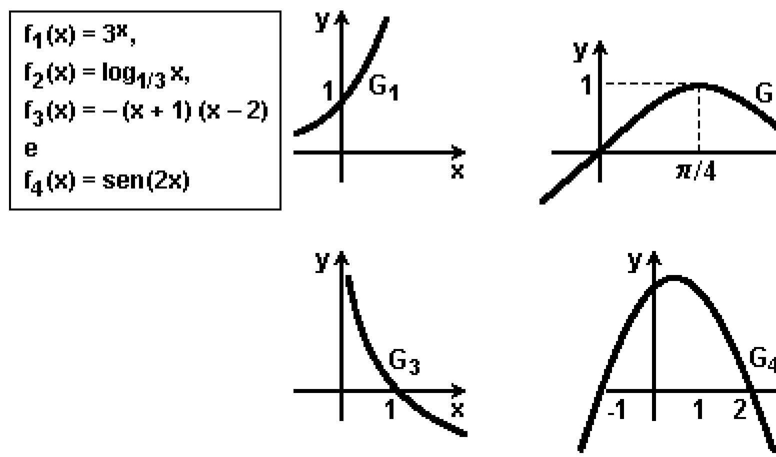
77. (Ufpe 2005) A função f(x) = c/(a+bx) com a, b e c números reais, tem parte de seu gráfico ilustrado a seguir. O gráfico passa pelos pontos (-2, 7) e (0, 3). Indique f(-13/4).



78. (Ufsc 2005) Em cada item a seguir, f(x) e g(x) representam leis de formação de funções reais f e g, respectivamente. O domínio de f deve ser considerado como o conjunto de todos os valores de x para os quais f(x) é real. Da mesma forma, no caso de g considera-se o seu domínio todos os valores de x para os quais g(x) é real.
Verifique a seguir o(s) caso(s) em que f e g são iguais e assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) $f(x) = \sqrt{x^2}$ e $g(x) = | x |$
(02) $f(x) = (\sqrt{x})/x$ e $g(x) = 1/\sqrt{x}$
(04) $f(x) = \sqrt{(x^2)}$ e $g(x) = x$
(08) $f(x) = (\sqrt{x})^2$ e $g(x) = x$
(16) $f(x) = (\sqrt{x})/\sqrt{(x - 1)}$ e $g(x) = \sqrt{[x/(x - 1)]}$

79. (Unifesp 2005) Considere as funções e os gráficos G_1, G_2, G_3 e G_4 seguintes.



Das associações entre funções e gráficos, exibidas a seguir, a única inteiramente correta é:
a) f_1 - G_1; f_3 - G_4
b) f_4 - G_2; f_3 - G_3
c) f_3 - G_4; f_4 - G_3
d) f_2 - G_1; f_3 - G_2.
e) f_2 - G_3; f_1 - G_4.

80. (Fgv 2005) Sabe-se que o custo por unidade de mercadoria produzida de uma empresa é dado pela função C(x) = x + (10 000/x) - 160, onde C(x) é o custo por unidade, em R$, e x é o total de unidades produzidas. Nas condições dadas, o custo total mínimo em que a empresa pode operar, em R$, é igual a
a) 3 600,00.
b) 3 800,00.
c) 4 000,00.
d) 4 200,00.
e) 4 400,00.

81. (Fgv 2005) Chama-se custo médio de produção o custo total dividido pela quantidade produzida.
a) Uma fábrica de camisetas tem um custo total mensal dado por C = F + 8x, em que x é a quantidade produzida e F o custo fixo mensal. O custo médio de fabricação de 500 unidades é R$12,00. Se o preço de venda for R$15,00 por camiseta, qual o lucro mensal de fabricar e vender 600 unidades?
b) Esboce o gráfico do custo médio de produção de x unidades, em função de x, se a função custo total for C = 3000 + 10x.

82. (Unesp 2005) Uma pessoa parte de carro de uma cidade X com destino a uma cidade Y. Em cada instante t (em horas), a distância que falta percorrer até o destino é dada, em dezenas de quilômetros, pela função D, definida por

$$D(t) = 4 . \{(t + 7)/[(t^2 + 1) - 1]\}$$

Considerando o percurso da cidade X até a cidade Y, a distância, em média, por hora, que o carro percorreu foi:
a) 40 km.
b) 60 km.
c) 80 km.
d) 100 km.
e) 120 km.

83. (Unesp 2005) Como resultado de uma pesquisa sobre a relação entre o comprimento do pé de uma pessoa, em centímetros, e o número (tamanho) do calçado brasileiro, Carla obteve uma fórmula que dá, em média, o número inteiro n (tamanho do calçado) em função do comprimento c, do pé, em cm.
Pela fórmula, tem-se n = [x], onde x = (5/4) c + 7 e [x] indica o menor inteiro maior ou igual a x. Por exemplo, se c = 9 cm, então x = 18,25 e n = [18,25] = 19. Com base nessa fórmula,
a) determine o número do calçado correspondente a um pé cujo comprimento é 22 cm.
b) se o comprimento do pé de uma pessoa é c = 24 cm, então ela calça 37. Se c > 24 cm, essa pessoa calça 38 ou mais. Determine o maior comprimento possível, em cm, que pode ter o pé de uma pessoa que calça 38.

84. (G1 - cftmg 2004) Sendo $g(x) = f(x^2 + 6)$ e a função f : IR - {2} ⟶ IR, definida por f(x) = 2/(x - 2), o domínio da função g, é o conjunto
a) IR - {1}
b) IR - {- √ 5 ,√ 5}
c) IR - {0}
d) IR

85. (G1 - cftmg 2005) O domínio da função, f(x) = $\sqrt{[(x^2 - 1)/(2 - x)]}$, é
a) $\{ x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 2 \}$
b) $\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } 1 \leq x < 2\}$
c) $\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } 1 < x < 2 \}$
d) $\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } x \geq 2 \}$

86. (Pucmg 2007) Um ônibus parte da cidade A com destino à cidade B. Em cada instante t, medido em horas, a distância que falta percorrer até o destino é dada, em quilômetros, pela função D, definida por

$$D(t) = 40 \times \left(\frac{t+7}{t^2+1} - 1 \right).$$

Com base nessas informações, pode-se estimar que o tempo gasto por esse ônibus para ir de A até B, em horas, é:
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6

87. (Pucmg 2007) O domínio da função real

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} - \sqrt[4]{x}$$

é o intervalo [a, b]. O valor de a + b é igual a:
a) 1
b) 2
c) 4
d) 5

88. (G1 - cftce 2005) A população de uma cidade, daqui a t anos, é estimada em P(t) = 30 - (4/t) milhares de pessoas. Durante o quinto ano, o crescimento da população será de _________ pessoas:
a) 200
b) 133
c) 30
d) 4
e) 2

89. (Fgv 2007) Considere a função $f(x) = x^2/(x + 2)$, para todo $x \geq 0$.
a) Resolva a equação f(x) = 9/2.
b) Calcule x - f(x) e use o resultado para mostrar que f(x) > x - 2.

90. (Ufg 2007) A área da superfície corporal pode ser calculada aproximadamente pela fórmula de Mosteller,
$A = [\sqrt{(ph)}]/60$, onde A é a área em m^2, p é o peso em quilogramas e h a estatura em cm. Assim sendo, calcule:
a) a área da superfície corporal de uma pessoa que pesa 80 kg e tem 1,8 m de estatura;
b) o percentual de aumento da área corporal de uma pessoa adulta, caso o seu peso altere de 70 kg para 84,7 kg.

91. (Unb 96) Uma sala tem 5 lâmpadas, l_1, l_2, l_3, l_4 e l_5, que podem estar acesas ou apagadas, independentemente uma das outras. Existem, assim, várias combinações possíveis de lâmpadas acesas. Cada uma dessas combinações é identificada com um conjunto S diferente. Por exemplo, $S = \{l_3, l_5\}$ corresponde ao caso em que apenas l_3 e l_5 estão acesas e $S=\varnothing$, quando nenhuma lâmpada está acesa.
Considere P o conjunto formado por todos os possíveis conjuntos de lâmpadas acesas. Define-se, então, no conjunto P, a seguinte função:

$$f(S) = n_1n_2n_3n_4n_5,$$

em que $n_i = 1$, se $l_i \in S$, e $n_i = 0$, se $l_i \notin S$.
Com relação à situação apresentada, julgue os itens adiante.

(0) Se $S = \{l_3, l_5\}$, então f(S) = 00101.
(1) $f(\varnothing) = 00001$
(2) Se f (S) = 10011, então $S = \{l_1, l_4, l_5\}$.
(3) A função f estabelece uma correspondência biunívoca entre P e um conjunto com 32 elementos.

92. (Fgv 97) Um arquiteto tem dois projetos para construção de uma piscina retangular com 1m de profundidade:

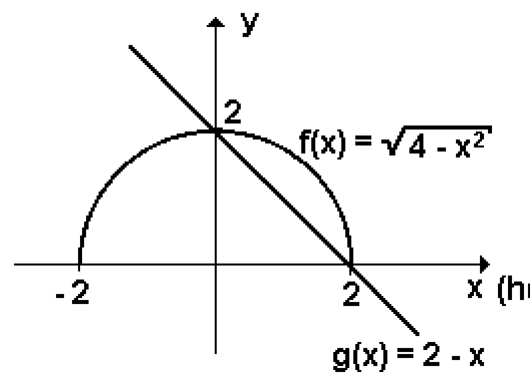
Projeto 1: dimensões do retângulo: 16m × 25m
Projeto 2: dimensões do retângulo: 10m × 40m

Sabendo-se que as paredes laterais e o fundo são revestidos de azulejos cujo preço é R$10,00 por m^2:
a) Qual a despesa com azulejos em cada projeto?
b) Se a área do retângulo for de $400m^2$, e x for uma de suas dimensões, expresse o custo dos azulejos em função de x.

GABARITO

1. [D]
2. [C]
3. [E]
4. [B]
5. [C]
6. O domínio da função f é dado por: D (f) = IR- { 0 }
O conjunto-imagem de f é dado por: Im (f) = IR - { 3}
7. [D]
8. [C]
9. [A]
10. [D]
11. [D]
12. É periódica.
Para a = 0
$f(x) = 1/2 + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$ e
$f(x + a) = 1/2 + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$
13. 1
14. [E]
15. [C]
16. [C]
17. Cancelada pela FAAP.
18. [A]
19. [C]
20. [A]
21. [B]
22. [D]
23. [A]
24. [D]
25. [A]
26. { 6, 14, 20 }
27. a) 6
b) 0
28. [C]
29. [D]
30. [D]
31. [B]

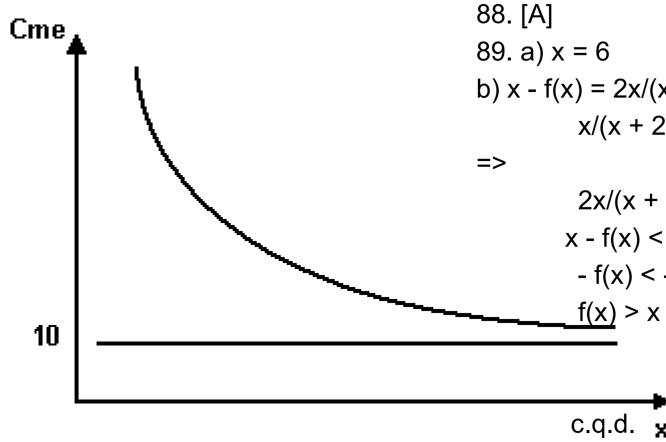
32. [D]
33. [B]
34. [B]
35. [E]
36. [E]
37. [E]
38. [A]
39. [A]
40. a) IR - { -5, -1, 0, 1}
b) $\{x \in$ IR $/ -7 < x < -5$ ou $x > 0$ e $x \neq 1\}$
41. [C]
42. [A]
43. [D]
44. [B]
45. [A]
46. [E]
47. a) Dívida original em t prestações $\longrightarrow$ valor total=500t
Com a mudança em t/2 prestações $\longrightarrow$ valor total=500+500+K+500+2K+500 +3k+...+(t/2-1)K = {250+[(t-2)K/8]}.t
Igualando os totais, obtemos: K = 2000/(t-2)
b) K = 125
48. [C]
49. [D]
50. O gráfico da função $f(x) = \sqrt{(4 - x^2)}$ é uma semicircunferência de raio 2 e centro na origem, como visto a seguir.
(visto que $y = \sqrt{(4 - x^2)} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$).



Assim,
$A = \pi \cdot (2)^2/4 - (2 \cdot 2)/2 = \pi - 2$
$A = \pi - 2$
51. [D]
52. V F V V
53. a) $f(x)=[2(x-1)]/\sqrt{(x^2-2x-3)}$
b) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
54. a) $0{,}44m^2$
b) 22,4kg
55. 01 + 02 + 04 = 07
56. [C]
57. a) $S(m(p)) = 65 + \sqrt{[(43p + 7{,}5)/8]}$
b) 6.800
58. [B]
59. [A]
60. [B]
61. f(7) - f(3) = 36
62. Os zeros de f são: - 2, 0 e 5/2
63. [C]
64. [B]
65. a) f(1) = 2
b) f(5) = 14
66. a) $\lambda = 3$
b) Maio (t = 4) e Novembro (t = 10)
67. [E]
68. [A]

69. [C]
70. [C]
71. [B]
72. [A]
73. [B]
74. [E]
75. [B]
76. F F V F V
77. 42
78. 01 + 02 = 03
79. [A]
80. [A]
81. a) R$ 2 200,00

b) Observe o gráfico a seguir:



82. [C]
83. a) 35
b) 24,8 cm
84. [D]
85. [B]
86. [A]
87. [A]
88. [A]
89. a) $x = 6$
b) $x - f(x) = 2x/(x + 2)$
$x/(x + 2) < 1 \ \forall \ x \geq 0 \Rightarrow$
$2x/(x + 2) < 2 \Rightarrow$
$x - f(x) < 2 \Leftrightarrow$
$- f(x) < - x + 2 \Leftrightarrow$
$f(x) > x - 2.$
c.q.d.

90. a) 2 m^2
b) 10%
91. V F V V
92. a) projeto 1: R$ 4.820,00
projeto 2: R$ 5.000,00
b) custo = R$ 20,00
$[(x^2+200x+400)/x]$